56. ročník

FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY

ve školním roce 2014 – 2015

Úlohy pro kategorie E, F, G

INSTRUKTÁŽNÍ ŘEŠENÍ

HRADEC KRÁLOVÉ
2014

Pro učitele a organizátory opravující úlohy

Tento materiál je určen vyučujícím na školách a dalším organizátorům soutěže, kteří se budou podílet na opravách a vyhodnocení úloh. **Neměl by přijít do rukou žákům – řešitelům FO**, neboť obsahuje jedno řešení ke každé početní úloze a návrh bodování pro stanovení pořadí řešitelů a určení postupujících do vyššího (okresního) kola soutěže. Předložená řešení by neměla být považována za jedině možná nebo nejsprávnější, žáci mohou k výsledkům dojít jinou, vlastní cestou.

Pro každou úlohu je stanoveno 10 bodů. Plný počet bodů dostává řešitel, jestliže je úloha či její část řešena zcela bez chyb, nebo se v řešení vyskytují pouze drobné formální nedostatky. Jestliže řešení úlohy či její části v podstatě vystihuje úkol, ale má větší nedostatky po odborné stránce či vyskytují-li se v něm závažné formální nedostatky, je počet bodů snížen. Řešení je nevyhovující a přidělený počet bodů nízký nebo nulový, jestliže nedostatky odborného rázu jsou závažné, nebo je řešení z větší části neúplné. Řešení je také nevyhovující, chybí-li slovní výklad, nebo je-li neúplný, takže z něho nelze vyvodit myšlenkový postup podaného řešení. Příznivé hodnocení tedy předpokládá, že protokol o řešení obsahuje fyzikální vysvětlení, z něhož jasně vyplývá myšlenkový postup při řešení daného problému. **U kategorií E a F je za úspěšného řešitele prvního kola považován soutěžící, který byl hodnocen v pěti úlohách alespoň 5 body za každou úlohu, přičemž řešil experimentální úlohu** (třeba i neúspěšně).

Řešení úloh prvního kola opraví učitel fyziky společně s referentem FO na škole. Po ukončení prvního kola navrhne referent FO na škole úspěšné řešitele k postupu do druhého (okresního) kola a odešle opravené úlohy všech řešitelů společně s návrhem postupujících příslušné okresní komisi fyzikální olympiády (OKFO). O zařazení řešitele do druhého kola soutěže rozhodne OKFO po kontrole opravených úloh a sjednocení klasifikace.

Texty úloh I. kola soutěže (po jeho ukončení i řešení) lze nalézt i na www stránkách, a to na adrese:

`www.fyzikalniolympiada.cz`

Tam lze také najít seznam adres krajských komisí FO a odkaz na jejich webovské stránky. Naše adresa je:

`pavel.kabrhel@uhk.cz`.

Hradec Králové, listopad 2014 ÚKFO

Řešení úloh 1. kola 56. ročníku fyzikální olympiády

Kategorie E a F

FO56EF1: Stavební materiál Převedeme rozměry plechu: tloušťka $t = 2\,\mathrm{mm} = 0{,}002\,\mathrm{m}$, délka $l = 150\,\mathrm{cm} = 1{,}5\,\mathrm{m}$ a šířka $d = 120\,\mathrm{cm} = 1{,}2\,\mathrm{m}$.

a) Hmotnost jednoho listu plechu o hustotě $\varrho = 2\,800\,\mathrm{kg/m^3}$ je $m_1 = \varrho V = \varrho ldt = 2\,800\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 1{,}5\,\mathrm{m} \cdot 1{,}2\,\mathrm{m} \cdot 0{,}002\,\mathrm{m} = 10{,}08\,\mathrm{kg} \doteq 10\,\mathrm{kg}$. **2 body**

b) Při nosnosti vozíku $M = 480\,\mathrm{kg}$ můžeme na jeden naložit $n = M/m_1 = 480\,\mathrm{kg}/10\,\mathrm{kg} = 48$ plechů. Protože hmotnost jednoho plechu je o trochu větší než 10 kg, nosnost bezpečně dodržíme naložením 47 plechů. **2 body**

c) Jedním plechem pokryjeme plochu $S_1 = ld = 1{,}5\,\mathrm{m} \cdot 1{,}2\,\mathrm{m} = 1{,}8\,\mathrm{m^2}$, množství $n = 47$ plechů pokryje plochu $S = nS_1 = 47 \cdot 1{,}8\,\mathrm{m^2} = 84{,}6\,\mathrm{m^2} \doteq 85\,\mathrm{m^2}$ **2 body**

d) Hliníkové plechy jsou velmi oblíbené jako střešní krytiny hlavně pro svoji lehkost. Hliníkové plechy vynikají dobrými mechanickými a chemickými vlastnostmi, především dobrou tvarovatelností, pevností, vysokou odolností proti korozi, vodivostí, schopností povrchových úprav, svařitelností, obrobitelností a v neposlední řadě i nehořlavostí a recyklovatelností. Nejznámější ze slitin hliníku je slitina s mědí a hořčíkem označována názvem dural. Oproti čistému hliníku je dural až 5x pevnější v tahu a tvrdší při zachování nízké hmotnosti. Duralový plech tak lze využít i na stěny budov (sklady apod.). **4 body**

FO56EF2: Zemská atmosféra

a) Povrch Země najdeme např. na Wikipedii (`http://cs.wikipedia.org/wiki/Zem%C4%9B`) $S = 510\,065\,284{,}702\,\mathrm{km^2} \approx 5{,}1 \cdot 10^8\,\mathrm{km^2} = 5{,}1 \cdot 10^{14}\,\mathrm{m^2}$ nebo v tabulkách najdeme vzorec pro výpočet povrchu koule $S = 4\pi R_\mathrm{Z}^2$, kde za poloměr Země dosadíme známou hodnotu $R_\mathrm{Z} = 6\,378\,\mathrm{km}$; po zaokrouhlení opět dostáváme $S = 5{,}1 \cdot 10^{14}\,\mathrm{m^2}$. Pokud vezmeme hodnotu atmosférického tlaku vzduchu na povrchu Země $p = 1 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa}$ a vyjdeme z představy, že atmosférický tlak je důsledkem tíhy vzduchu v atmosféře, dáme do rovnosti tíhu a tlakovou sílu

$$F_\mathrm{t} = pS = mg = F_\mathrm{G},$$

kde m je hledaná hmotnost atmosféry. Potom

$$m = \frac{pS}{g} \approx \frac{1 \cdot 10^5\,\mathrm{Pa} \cdot 5{,}1 \cdot 10^{14}\,\mathrm{m^2}}{10\,\mathrm{m/s^2}} \doteq 5{,}1 \cdot 10^{18}\,\mathrm{kg}.$$

Můžeme také v duchu zadání vyjít z představy vrstvy vzduchu o tloušťce $d = 10\,\mathrm{km} = 10\,000\,\mathrm{m}$ s konstantní hustotou $\varrho = 1{,}29\,\mathrm{kg/m^3}$, kterou opět najdeme v tabulkách. Pro hmotnost atmosféry m' pak získáme

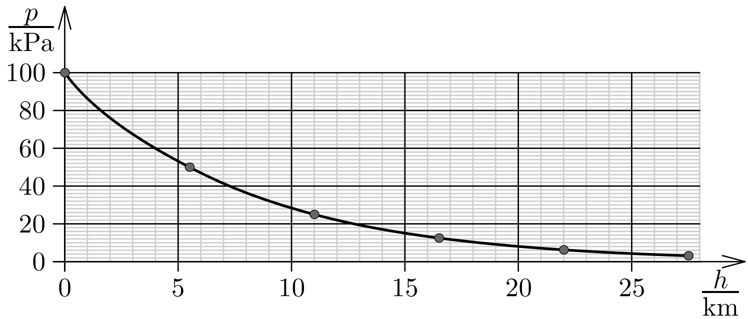
$$m' = \varrho V = \varrho Sd = 1{,}29\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 5{,}1 \cdot 10^{14}\,\mathrm{m^2} \cdot 10\,000\,\mathrm{m} \doteq 6{,}6 \cdot 10^{18}\,\mathrm{kg}.$$

Oba výsledky se řádově shodují s údajem $5{,}1 \cdot 10^{18}$ kg (viz např. Munzar J.: *Malý průvodce meteorologií*, Praha: MF 1989 nebo také Wikipedie). Dodejme, že použitá hodnota hustoty vzduchu odpovídá teplotě 0 °C, pokud bychom uvažovali střední teplotu vyšší, byl by i druhý odhad o něco blíže tomuto údaji; první způsob odhadu je ale přesto přesnější. **4 body**

b) Podle zadání se na každých 5 500 m výšky tlak sníží na polovinu. Pokud uvažujeme tlak na hladině moře $1 \cdot 10^5$ Pa, v tabulce dopočteme několik dalších hodnot:

výška/km	0	5,5	11	16,5	22	27,5
tlak/kPa	100	50	25	12,5	6,25	3,125

Graf závislosti je na obr. 1 **4 body**



Obr. 1: Závislost atmosférického tlaku na nadmořské výšce

c) Podle tabulek je měrná tepelná kapacita vzduchu $c = 1\,010\,\mathrm{J/(kg \cdot °C)}$. Pro zvýšení teploty atmosféry o 1 °C je proto potřeba dodat teplo

$$Q = mc\Delta t = 5{,}1 \cdot 10^{18}\,\mathrm{kg} \cdot 1\,010\,\mathrm{J/(kg \cdot °C)} \cdot 1\,°\mathrm{C} \doteq 5{,}2 \cdot 10^{21}\,\mathrm{J}.$$ **2body**

FO56EF3: Jízdní řád na internetu

Uvedené řešení bylo zpracováno podle jízdního řádu platného do prosince 2014 pro pondělí 24. 11. 2014. Nový jízdní řád pro rok 2015 může obsahovat drobné změny, na principu úlohy to však nic nemění.

a) Mezi Prahou a Varšavou jede jeden přímý vlakový spoj denně. Pomocí www stránek `http://jizdnirady.idnes.cz` snadno zjistíme podrobnosti (viz tabulka 1). Vzdálenost mezi Varšavou a Prahou je $d_{\mathrm{PV}} = 710$ km **2 body**

b) Mezi Bratislavou a Varšavou jezdí dva přímé spoje denně; první jede v úseku Bohumín–Varšava společně se spojem z Prahy jako jedna souprava (viz tab. 2), spoj EC Varsovia (viz tab. 3) staví na našem území ve více stanicích. Protože vlaky nezačínají ani nekončí v Bratislavě, ale jde o spoje

EN 445 Slovakia /406				TLK 407 Chopin /444			
Místo	Příj.	Odj.	km	Místo	Příj.	Odj.	km
Praha hl.n.		21:53	0	Warszawa Wschodnia		20:04	0
Kolín	22:43	22:46	62	Warszawa Centralna	20:12	20:17	5
Pardubice hl.n.	23:09	23:12	104	Warszawa Zachodnia	20:22	20:23	10
Olomouc hl.n.	0:34	0:37	250	Zawiercie	22:58	23:00	200
Ostrava hl.n.	1:37	1:39	356	Sosnowiec Glowny	23:31	23:33	244
Bohumín	1:45	2:54	364	Katowice	23:46	23:51	252
Zebrzydowice	3:15	3:17	384	Zebrzydowice	0:51	0:53	326
Katowice	4:16	4:20	458	Bohumín	1:11	2:59	346
Sosnowiec Glowny	4:32	4:34	466	Ostrava hl.n.	3:05	3:07	354
Zawiercie	5:13	5:15	510	Olomouc hl.n.	4:03	4:06	460
Warszawa Zachodnia	7:49	7:50	700	Pardubice hl.n.	5:26	5:29	606
Warszawa Centralna	7:55	8:00	705	Kolín	5:51	5:54	648
Warszawa Wschodnia	8:08		710	Praha hl.n.	6:49		710

Tabulka 1: Spojení Praha–Varšava a zpět

EN 476 Metropol /406				TLK 407 Chopin /477			
Místo	Příj.	Odj.	km	Místo	Příj.	Odj.	km
Bratislava hl.st.	22:46	22:58	215	Warszawa Wschodnia		20:04	0
Kúty	23:38	23:40	279	Warszawa Centralna	20:12	20:17	5
Břeclav	23:53	0:25	297	Warszawa Zachodnia	20:22	20:23	10
Otrokovice	1:00	1:01	369	Zawiercie	22:58	23:00	200
Přerov	1:16	1:19	397	Sosnowiec Glowny	23:31	23:33	244
Ostrava-Svinov	2:00	2:02	476	Katowice	23:46	23:51	252
Ostrava hl.n.	2:09	2:11	481	Zebrzydowice	0:51	0:53	326
Bohumín	2:19	2:54	489	Bohumín	1:11	2:10	346
Zebrzydowice	3:15	3:17	509	Ostrava hl.n.	2:17	2:19	354
Katowice	4:16	4:20	583	Ostrava-Svinov	2:26	2:29	359
Sosnowiec Glowny	4:32	4:34	591	Přerov	3:09	3:11	438
Zawiercie	5:13	5:15	635	Otrokovice	3:27	3:28	466
Warszawa Zachodnia	7:49	7:50	825	Břeclav	4:05	4:40	538
Warszawa Centralna	7:55	8:00	830	Kúty	4:53	4:55	556
Warszawa Wschodnia	8:08		835	Bratislava hl.st.	5:36	5:48	620

Tabulka 2: Spojení Bratislava–Varšava a zpět

Budapešť–Varšava a zpět, vzdálenost mezi Varšavou a Bratislavou $d_{\mathrm{BV}} = 620\,\mathrm{km}$ snáze zjistíme u spojů vypravovaných z Varšavy. **3 body**

Náčrtek obou tras je na obr. 2. **2 body**

c) Cesta z Prahy do cílové stanice ve Varšavě trvá $t_{\mathrm{PV}} = 10\,\mathrm{h}\,15\,\mathrm{min} = 10{,}25\,\mathrm{h}$, cesta zpět $t_{\mathrm{VP}} = 10\,\mathrm{h}\,45\,\mathrm{min} = 10{,}75\,\mathrm{h}$. Průměrné rychlosti pro cestu z Prahy do Varšavy a zpět vycházejí

$$v_{\mathrm{PV}} = \frac{d_{\mathrm{PV}}}{t_{VP}} = \frac{710\,\mathrm{km}}{10{,}25\,\mathrm{h}} \doteq 69\,\mathrm{km/h}, \quad v_{\mathrm{VP}} = \frac{d_{\mathrm{VP}}}{t_{VP}} = \frac{710\,\mathrm{km}}{10{,}75\,\mathrm{h}} \doteq 66\,\mathrm{km/h}.$$

Cesta z Bratislavy do cílové stanice ve Varšavě vlakem EN trvá $t_{\mathrm{BV}} = 9\,\mathrm{h}\,10\,\mathrm{min} \doteq 9{,}17\,\mathrm{h}$, cesta zpět $t_{\mathrm{VB}} = 9\,\mathrm{h}\,32\,\mathrm{min} \doteq 9{,}53\,\mathrm{h}$. Průměrné rych-

EC 130 Varsovia				EC 131 Varsovia			
Místo	Příj.	Odj.	km	Místo	Příj.	Odj.	km
Bratislava hl.st.	10:07	10:10	215	Warszawa Wschodnia		9:47	0
Kúty	10:47	10:49	279	Warszawa Centralna	9:55	10:00	5
Břeclav	11:02	11:07	297	Warszawa Zachodnia	10:05	10:0	10
Hodonín	11:21	11:22	317	Zawiercie	12:44	12:45	200
Staré Město u Uh. Hrad.	11:39	11:41	351	Sosnowiec Glowny	13:11	13:12	244
Otrokovice	11:50	11:52	369	Katowice	13:23	13:26	252
Přerov	12:07	12:08	397	Zebrzydowice	14:23	14:24	326
Hranice na Moravě	12:25	12:26	426	Bohumín	14:40	14:52	346
Ostrava-Svinov	12:50	12:52	476	Ostrava hl.n.	14:59	15:01	354
Ostrava hl.n.	12:59	13:01	481	Ostrava-Svinov	15:07	15:09	359
Bohumín	13:08	13:20	489	Hranice na Moravě	15:32	15:33	409
Zebrzydowice	13:37	13:38	509	Přerov	15:50	15:52	438
Katowice	14:40	14:43	583	Otrokovice	16:09	16:11	466
Sosnowiec Glowny	14:53	14:54	591	Staré Město u Uh. Hrad.	16:21	16:22	484
Zawiercie	15:29	15:30	635	Hodonín	16:39	16:40	518
Warszawa Zachodnia	18:01	18:10	825	Břeclav	16:54	16:57	538
Warszawa Centralna	18:15	18:20	830	Kúty	17:11	17:13	556
Warszawa Wschodnia	18:28		835	Bratislava hl.st.	17:50	17:53	620

Tabulka 3: Spojení Bratislava–Varšava a zpět

losti pro cestu z Bratislavy do Varšavy a zpět vycházejí

$$v_{\mathrm{BV}} = \frac{d_{\mathrm{BV}}}{t_{VP}} = \frac{620\,\mathrm{km}}{9{,}17\,\mathrm{h}} \doteq 68\,\mathrm{km/h}, \quad v_{\mathrm{VB}} = \frac{d_{\mathrm{VB}}}{t_{VP}} = \frac{620\,\mathrm{km}}{9{,}53\,\mathrm{h}} \doteq 65\,\mathrm{km/h}.$$

Pokud bychom cestovali spojem EC Varsovia, potom cesta z Bratislavy do Varšavy trvá $t'_{\mathrm{BV}} = 8\,\mathrm{h}\,18\,\mathrm{min} \doteq 8{,}3\,\mathrm{h}$, cesta zpět $t'_{\mathrm{VB}} = 8\,\mathrm{h}\,3\,\mathrm{min} \doteq 8{,}05\,\mathrm{h}$. Průměrné rychlosti pro cestu z Bratislavy do Varšavy a zpět vycházejí

$$v'_{\mathrm{BV}} = \frac{d_{\mathrm{BV}}}{t'_{VP}} = \frac{620\,\mathrm{km}}{8{,}3\,\mathrm{h}} \doteq 75\,\mathrm{km/h}, \quad v'_{\mathrm{VB}} = \frac{d_{\mathrm{VB}}}{t'_{VP}} = \frac{620\,\mathrm{km}}{8{,}05\,\mathrm{h}} \doteq 77\,\mathrm{km/h}.$$

Nižší průměrná rychlost vlaků EN je způsobena tím, že v několika stanicích delší dobu čekají, spojují se nebo rozdělují soupravy z/do různých cílových stanic. **3 body**

FO56EF4: Přehazovačka na bicyklu

a) Náčrtek sil je na obrázku 3. Cyklista působí na pedál silou $\boldsymbol{F}_1$. Z předního ozubeného kolečka spojeného s pedálem se pomocí řetězu přenáší síla $\boldsymbol{F}$ (pro velikosti platí $F > F_1$, protože poloměr ozubeného kol a je menší než délka ramene pedálu) na zadní kolo. K tomu, aby se cyklista pohyboval dopředu musí ještě na obvodu kola působit třecí síla F_{t}, jinak by kolo prokluzovalo na místě. Protože poloměr zadního kola je větší než poloměr zadního kolečka, pro velikosti platí $F_{\mathrm{t}} < F$. **4 body**

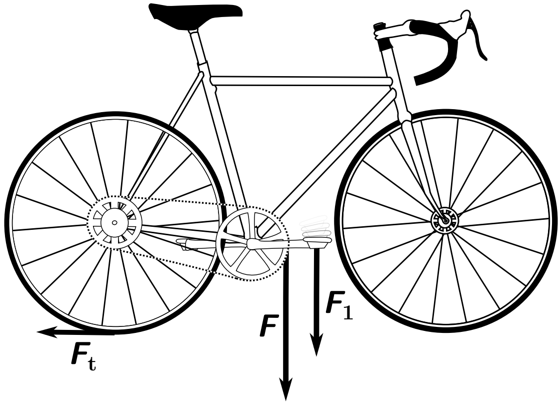
Obr. 2: Náčtek trasy vlaků z Prahy/Bratislavy do Varšavy.

b) Přehazovačkou měníme hnané zadní kolečko. Díky jinému poloměru koleček (a s tím spojenému jinému počtu zubů) měníme rychlost otáčení zadního kola i sílu, která působí na obvodu zadního kola a otáčí jím; menší zadní kolečko umožňuje rychlejší otáčení a menší sílu na obvodu kola (nebo naopak musíme vyvinout větší sílu při šlapání na pedál). Při jednom otočení pedálu se zadní ozubené kolečko otočí tolikrát více (a z ním i zadní kolo), kolikrát je jeho poloměr r_2 menší než poloměr předního ozubeného kolečka r_1 spojeného s pedálem. Známe-li poloměr zadního kola R nebo jeho obvod $2\pi R$, můžeme odhadnout vzdálenost, kterou cyklista ujede. Protože poměr poloměrů ozubených kol r_1/r_2 je úměrný poměru počtu zubů z_1/z_2. Pokud za minutu šlápneme n-krát, ujedeme vzdálenost

$$d = 2\pi R n \frac{z_1}{z_2},$$

která udává rychlost za minutu. Tento údaj pak lze snadno převést na obvyklé jednotky rychlosti. **4 body**

c) Výkon P, síla F a rychlost v spolu souvisejí podle vztahu $P = Fv$. Při stálém výkonu proto při menší rychlosti působí cyklista větší silou (např. při jízdě do kopce) a naopak při větší rychlosti menší silou. I v tom spočívá význam přehazování, neboť napomáhá udržovat (přibližně) stálý výkon. **4 body**



Obr. 3: Náčrtek převodu síly z pedálu cyklisty na zadní kolo (upraveno podle `http://en.wikipedia.org/wiki/Mechanical_advantage`)

FO56EF5: Převoz části mostní konstrukce

a) Tíha přední části tahače je $F_{G1} = 5\,000\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 50\,\mathrm{kN}$, tíha zadní části tahače $F_{G2} = 2\,000\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 20\,\mathrm{kN}$ a tíha převážené konstrukce $F_{Gk} = 15\,000\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 150\,\mathrm{kN}$.Podle zadání můžeme předpokládat, že tíha převážené konstrukce se rovnoměrně rozdělí mezi přední a zadní část tahače. Pro zatížení vozovky přední částí tahače pak vychází $F_p = F_{G1} + \frac{1}{2}F_{Gk} = 50\,\mathrm{kN} + 75\,\mathrm{kN} = 125\,\mathrm{kN}$, zadní částí tahače $F_z = F_{G2} + \frac{1}{2}F_{Gk} = 20\,\mathrm{kN} + 75\,\mathrm{kN} = 95\,\mathrm{kN}$. **3 body**

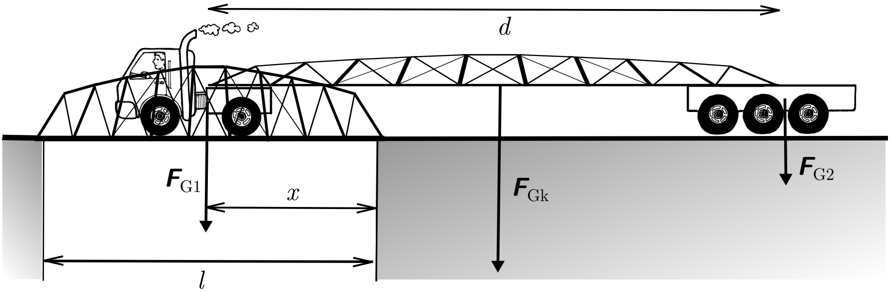
b) Náčrtek případu, kdy je tahač uprostřed mostu je na obr. 4. Zatížení zadní části tahače působí na vozovku před mostem, zatížení uložení mostu bude odpovídat síle F_p, kterou působí přední část tahače. Jestliže je přední část tahače právě uprostřed mostu, bude zatížení na obou uloženích mostu stejné a rovné $F_p/2 = 62{,}5\,\mathrm{kN} \doteq 63\,\mathrm{kN}$. **2 body**

c) Ano, protože je konstrukce delší než most, může být přední část tahače za mostem a zadní ještě před mostem a most tak není zatížen; příklad takové situace je znázorněn na obr. 5. **1 bod**

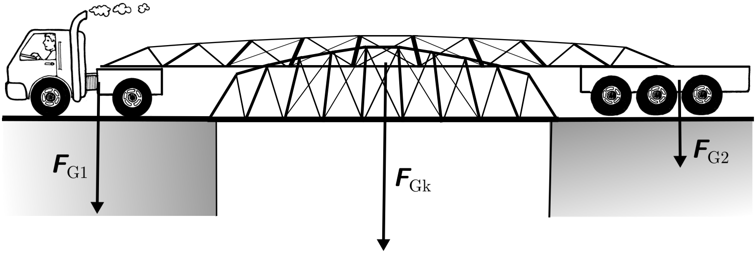
d) Označme x vzdálenost těžiště přední části tahače od předního konce mostu (na obrázcích napravo), délku mostu $l = 24\,\mathrm{m}$ a délku převážené konstrukce $d = 32\,\mathrm{m}$. Pokud po mostě přejíždí přední část tahače, bude bližší uložení mostu zatížené více, vzdálenější méně. Pro zatížení předního uložení mostu F_{mp} a zadního uložení mostu F_{mz} bude platit

$$F_{mp} = F_p \frac{l - x}{l}, \qquad F_{mz} = F_p \frac{x}{l}.$$

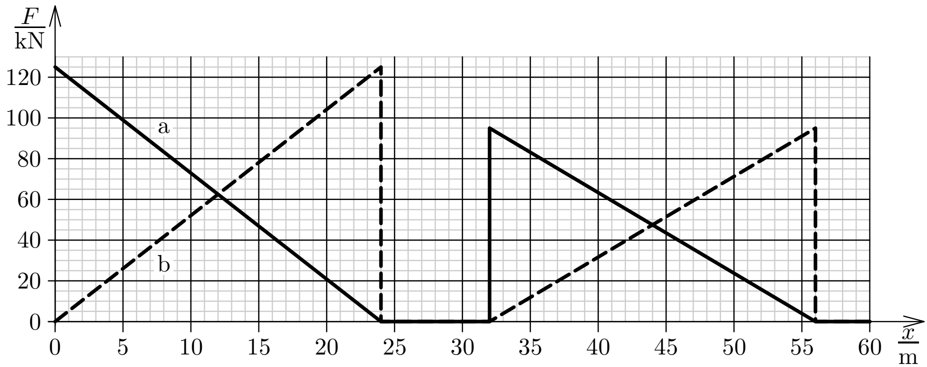
Podobná situace nastane i později, když bude po mostě přejíždět zadní část tahače. Zatížení předního uložení mostu (graf a) a zadního uložení mostu (graf b) v závislosti na x jsou na obr. 6. **4 body**



Obr. 4: Náčrtek pro případ, kdy je přední část tahače uprostřed mostu



Obr. 5: Příklad situace, kdy most není zatížen



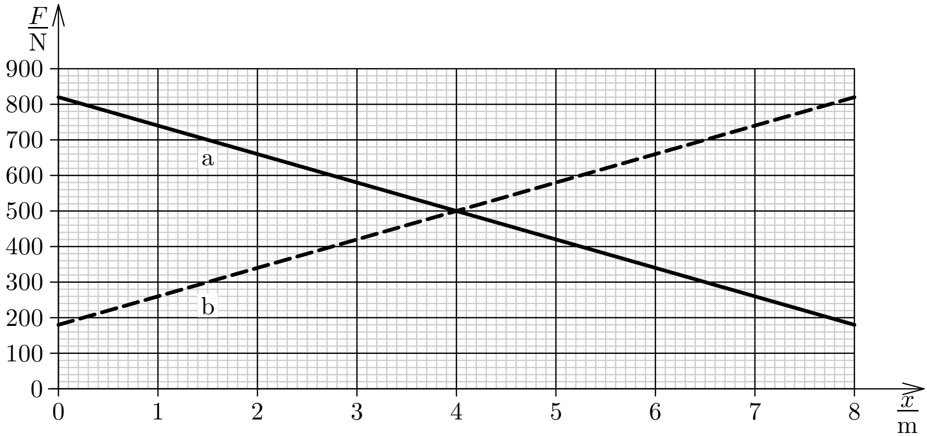
Obr. 6: Graf závislosti zatížení uložení mostu na vzdálenosti x přední části tahače od předního konce mostu

FO56EF6: Artisté nad zemí

a) Tíha žebříku je $F_{\text{Gž}} = 36\,\text{kg} \cdot 10\,\text{m/s}^2 = 360\,\text{N}$, tíha artisty $F_{\text{Ga}} = 64\,\text{kg} \cdot 10\,\text{m/s}^2 = 640\,\text{N}$. Protože můžeme předpokládat, že těžiště žebříku je uprostřed, zatěžuje žebřík obě opory silou $F_{\text{Gž}}/2 = 180\,\text{N}$. Pokud stojí artista ve čtvrtině žebříku, zatěžuje bližší oporu silou $\frac{3}{4}F_{\mathrm{Ga}} = \frac{3}{4} \cdot 640\,\mathrm{N} = 480\,\mathrm{N}$ a vzdálenější oporu silou $\frac{1}{4}F_{\mathrm{Ga}} = 160\,\mathrm{N}$. První opora je celkem zatížena silou $F_1 = 180\,\mathrm{N} + 480\,\mathrm{N} = 660\,\mathrm{N}$ a druhá silou $F_2 = 180\,\mathrm{N} + 160\,\mathrm{N} = 340\,\mathrm{N}$. Vidíme, že zároveň platí $F_1 + F_2 = F_{\mathrm{G\check{z}}} + F_{\mathrm{Ga}} = 360\,\mathrm{N} + 640\,\mathrm{N} = 1\,000\,\mathrm{N}$. Pokud bude artista uprostřed žebříku, budou obě opory zatíženy stejně, takže $F_1 = F_2 = 180\,\mathrm{N} + 320\,\mathrm{N} = 500\,\mathrm{N}$. Jestliže je ve třech čtvrtinách, bude $F_1 = 340\,\mathrm{N}$ a $F_2 = 660\,\mathrm{N}$. **4 body**

b) Údaje by se nezměnily. **2 body**

c) Grafy zatížení prvního konce (a) a zadního konce (b) jsou na obr. 7 **4 body**



Obr. 7: Zatížení konců žebříku při spojité změně polohy artisty

FO56EF7: Vzduch v místnosti

a) Objem místnosti $V = 3{,}6\,\mathrm{m} \cdot 4{,}4\,\mathrm{m} \cdot 2{,}5\,\mathrm{m} = 39{,}6\,\mathrm{m}^3 \doteq 40\,\mathrm{m}^3$. Pokud je vzduchem zaplněno jen 90 % místnosti, je objem vzduchu $V_{\mathrm{vz}} = 0{,}9V = 35{,}64\,\mathrm{m}^3 \doteq 36\,\mathrm{m}^3$. Pokud předpokládáme, že v místnosti je teplota 20 °C, v tabulkách (viz např. `http://www.converter.cz/tabulky/vzduch.htm`) najdeme hustotu vzduchu při této teplotě $\varrho = 1{,}2\,\mathrm{kg/m^3}$. Hmotnost vzduchu v místnosti pak bude $m_{\mathrm{vz}} = \varrho V = 1{,}2\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 36\,\mathrm{m^2} \doteq 43\,\mathrm{kg}$. **4 body**

b) Hmotnost kyslíku vychází $m_{\mathrm{O}} = 0{,}23 m_{\mathrm{vz}} = 0{,}23 \cdot 43\,\mathrm{kg} \doteq 9{,}9\,\mathrm{kg}$. **2 body**

c) Abychom zabránili poklesu teploty o $\Delta t = 6\,^\circ\mathrm{C}$ za čas $t = 1\,\mathrm{h} = 3\,600\,\mathrm{s}$ při měrné tepelné kapacitě $c = 1\,000\,\mathrm{J/(kg \cdot {}^\circ C)}$, musí radiátor dodat teplo

$$Q = m_{\mathrm{vz}} c \Delta t = 43\,\mathrm{kg} \cdot 1\,000\,\mathrm{J/(kg \cdot {}^\circ C)} \cdot 6\,^\circ\mathrm{C} = 258\,\mathrm{kJ}.$$

Pro výkon pak dostáváme $P = Q/t = 258\,000\,\mathrm{J}/3\,600\,\mathrm{s} \doteq 72\,\mathrm{W}$. **4 body**

FO56EF8: Odměrný válec s vodou

Označme průměr válce $d = 5{,}0\,\mathrm{cm} = 0{,}050\,\mathrm{m}$, jeho výšku $h = 27{,}0\,\mathrm{cm} = 0{,}270\,\mathrm{m}$, hranu hranolku $a = 3{,}0\,\mathrm{cm} = 0{,}030\,\mathrm{m}$, jeho výšku $v = 20{,}0\,\mathrm{cm} = 0{,}200\,\mathrm{m}$, hustotu vody $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg/m^3}$ a hustotu dřeva $\varrho_\mathrm{b} = 0{,}60\,\mathrm{kg/dm^3} = 600\,\mathrm{kg/m^3}$.

a) Objem válce $V = \pi d^2 h/4 = \pi\,(0{,}050\,\mathrm{m})^2 \cdot 0{,}270\,\mathrm{m}/4 \doteq 0{,}000\,53\,\mathrm{m^3} = 0{,}53\,\mathrm{dm^3}$. Hmotnost vody ve válci pak bude $m = \varrho V = 1\,000\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0{,}000\,53\,\mathrm{m^3} = 0{,}53\,\mathrm{kg}$. Tlaková síla na dno bude u válcové nádoby odpovídat tíze vody ve válci, takže $F = mg = 0{,}53\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 5{,}3\,\mathrm{N}$. **3 body**

b) Voda bude postupně zaplňovat prostor ve válci okolo hranolku. Až dosáhne výšky, při níž začne hranolek plavat, bude při dalším dolévání vody hranolek stoupat vzhůru tak, že bude ve vodě ponořená stále stejná část objemu hranolku. **1 bod**

c) Podle Archimédova zákona bude ponořena taková část v' hranolku, že tíha hranolku bude rovna tíze vody o objemu ponořené části hranolku, takže

$$\varrho_\mathrm{b} a^2 v g = \varrho a^2 v' g, \quad \Longrightarrow \quad v' = \frac{\varrho_\mathrm{b}}{\varrho} v = \frac{600\,\mathrm{kg/m^3}}{1\,000\,\mathrm{kg/m^3}} \cdot 0{,}2\,\mathrm{m} = 0{,}12\,\mathrm{m} = 12\,\mathrm{cm}.$$

3 body

d) Tlaková síla na dno bude rovna součtu tíhové síly vody ve válci a síly, kterou působí plovoucí hranolek na kapalinu. Ta je však podle zákona akce a reakce rovna vztlakové síle, kterou působí voda na hranolek, a tedy tíze vody o objemu ponořené části hranolku. Výsledná síla bude tudíž stejná jako v případě a), tj. 5,3 N. **3 body**

FO56EF9: Plechový kanystr

Převedeme rozměry kanystru $a = 250\,\mathrm{mm} = 0{,}25\,\mathrm{m}$, $b = 120\,\mathrm{mm} = 0{,}12\,\mathrm{m}$ a $c = 350\,\mathrm{mm} = 0{,}35\,\mathrm{m}$.

a) Objem kanystru $V = abc = 0{,}25\,\mathrm{m} \cdot 0{,}12\,\mathrm{m} \cdot 0{,}35\,\mathrm{m} = 0{,}010\,5\,\mathrm{m^3} \doteq 10\,\mathrm{l}$. **3 body**

b) Hmotnost plného kanystru je rovna

$$m = m_\mathrm{k} + V\varrho = 400\,\mathrm{g} + 0{,}01\,\mathrm{m^2} \cdot 920\,\mathrm{kg/^3} = 0{,}4\,\mathrm{kg} + 0{,}01\,\mathrm{m^2} \cdot 920\,\mathrm{kg/m^3} \doteq 10\,\mathrm{kg}.$$

3body

c) Pokud kanystr položíme na hladinu vody „na ležato“ (největší plochou podél hladiny), bude plavat; pokud ho položíme „na výšku“, překlopí se „na ležato“, aby těžiště bylo níže, tj. do polohy s nižší polohovou energií. Pokud do poloviny kanystru nalijeme vodu, bude plavat i „na stojato“. **4 body**

FO56EF10: Po přívalovém dešti

a) Srážkoměry jsou v podstatě nádoby, v nichž se padající srážky zachytávají do (většinou) válcové nádoby. Buď se poté množství srážek pravidelně měří ve speciálním odměrném válci, nebo se dnes stále častěji zaznamenávají průběžně pomocí plováku. Údaj o počtu milimetrů srážek vlastně udává do jaké výšky by sahala voda, která dopadla na $1\,\mathrm{m}^2$ plochy. V našem případě ($72\,\mathrm{mm} = 0{,}072\,\mathrm{m}$) na $1\,\mathrm{m}^2$ dopadla voda o objemu $1\,\mathrm{m}^2 \cdot 0{,}072\,\mathrm{m} = 0{,}072\,\mathrm{m}^3 = 72\,\mathrm{l}$. Z výsledku vidíme, že údaj o mm spadlých srážek číselně odpovídá litrům srážek na $1\,\mathrm{m}^2$. **3 body**

b) Rozměry náměstí včetně chodníků budou $a = 2{,}5\,\mathrm{m} + 48\,\mathrm{m} + 2{,}5\,\mathrm{m} = 53\,\mathrm{m}$, $b = 2{,}5\,\mathrm{m} + 75\,\mathrm{m} + 2{,}5\,\mathrm{m} = 80\,\mathrm{m}$. Plocha náměstí včetně chodníků pak vychází $S = ab = 53\,\mathrm{m} \cdot 80\,\mathrm{m} = 4\,240\,\mathrm{m}^3$ a celkové množství srážek, které dopadlo na tuto plochu, je $V = 0{,}072\,\mathrm{m} \cdot S = 305{,}28\,\mathrm{m}^3 = 305\,\mathrm{m}^3$. **3 body**

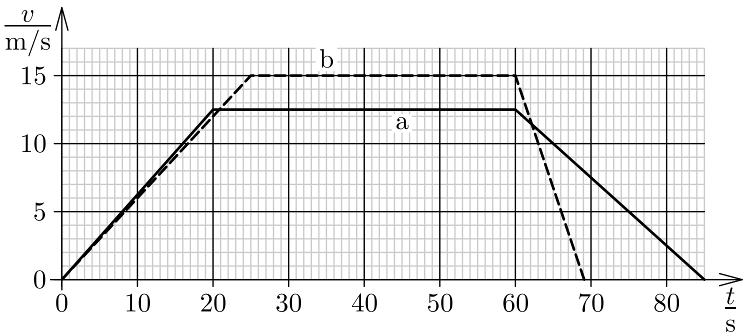
c) Pokud si odtokové trubky představíme jako válce „na ležato“ do poloviny průřezu naplněné vodou, pro průměr máme $d = 450\,\mathrm{mm} = 0{,}45\,\mathrm{m}$. Pokud voda v trubkách teče rychlostí v, za čas t se dostane do vzdálenosti $l = vt$. Pro objem vody, který odteče dvěma do poloviny zaplněnými trubkami, pak platí $V = 2 \cdot \frac{1}{2}\pi(d^2/4)l = \pi(d^2/4)vt$. Celková doba t odpovídá hodině deště a další půlhodině poté, celkem $t = 1{,}5\,\mathrm{h} = 5\,400\,\mathrm{s}$. Pro snazší výpočet ještě doplňme průřez trubky $S_1 = \pi d^2/4 = \pi \cdot (0{,}45\,\mathrm{m})^2/4 \doteq 0{,}16\,\mathrm{m}^2$. Pro rychlost pak dostáváme

$$V = S_1 vt, \qquad \Longrightarrow \qquad v = \frac{V}{S_1 t} = \frac{305\,\mathrm{m}^3}{0{,}16\,\mathrm{m}^2 \cdot 5\,400\,\mathrm{s}} \doteq 0{,}35\,\mathrm{m/s}.$$

Rychlost ovšem není stálá, na počátku a na konci deště, kdy odtéká méně vody, je určitě menší, trubice také nemusí být naplněny stejně. **4 body**

FO56EF11: Městský trolejbus

Převedeme rychlosti trolejbusů: $v_\mathrm{a} = 45\,\mathrm{km/h} = 12{,}5\,\mathrm{m/s}$, $v_\mathrm{b} = 54\,\mathrm{km/h} = 15\,\mathrm{m/s}$.



Obr. 8: Závislost rychlosti na čase $v = v(t)$ pro oba trolejbusy

a) Graf je na obr. 8. Ujetou vzdálenost určíme jako obsah plochy pod grafem závislosti $v = v(t)$. Pro jednotlivé úseky dostáváme

$$s_{1a} = \frac{1}{2} v_a t_{1a} = \frac{1}{2} \cdot 12{,}5\,\mathrm{m/s} \cdot 20\,\mathrm{s} = 125\,\mathrm{m},$$
$$s_{2a} = v_a t_{2a} = 12{,}5\,\mathrm{m/s} \cdot 40\,\mathrm{s} = 500\,\mathrm{m},$$
$$s_{3a} = \frac{1}{2} v_a t_{3a} = \frac{1}{2} \cdot 12{,}5\,\mathrm{m/s} \cdot 25\,\mathrm{s} = 156{,}25\,\mathrm{m} \doteq 156\,\mathrm{m}.$$

Celková vzdálenost pak bude $s = s_{1a} + s_{2a} + s_{3a} = 125\,\mathrm{m} + 500\,\mathrm{m} + 156\,\mathrm{m} =$ $= 781\,\mathrm{m}$. **5 bodů**

b) Pro druhý trolejbus podobně vypočteme dráhu v prvních dvou úsecích

$$s_{1b} = \frac{1}{2} v_b t_{1b} = \frac{1}{2} \cdot 15\,\mathrm{m/s} \cdot 25\,\mathrm{s} = 187{,}5\,\mathrm{m},$$
$$s_{2b} = v_b t_{2b} = 15\,\mathrm{m/s} \cdot 35\,\mathrm{s} = 525\,\mathrm{m}.$$

Pro velikost posledního úseku mu tak zbývá $s_{3b} = s - s_{1b} - s_{2b} = 781\,\mathrm{m} -$ $- 187{,}5\,\mathrm{m} - 525\,\mathrm{m} = 68{,}5\,\mathrm{m} == \doteq 69\,\mathrm{m}$. **3 body**

c) Má-li řidič z rychlosti $v_b = 15\,\mathrm{m/s}$ zabrzdit na dráze $s_{3b} = 69\,\mathrm{m}$, musí platit

$$s_{3b} = \frac{1}{2} v_b \cdot t_{3b}; \qquad \Longrightarrow \qquad t_{3b} = \frac{2 s_{3b}}{v_b} = \frac{2 \cdot 69\,\mathrm{m}}{15\,\mathrm{m/s}} \doteq 9{,}2\,\mathrm{s}.$$

Musí brzdit velmi prudce, cestující a volně položené věci se budou v trolejbuse pohybovat dopředu (nebo narazí do sedadel či cestujících před sebou).

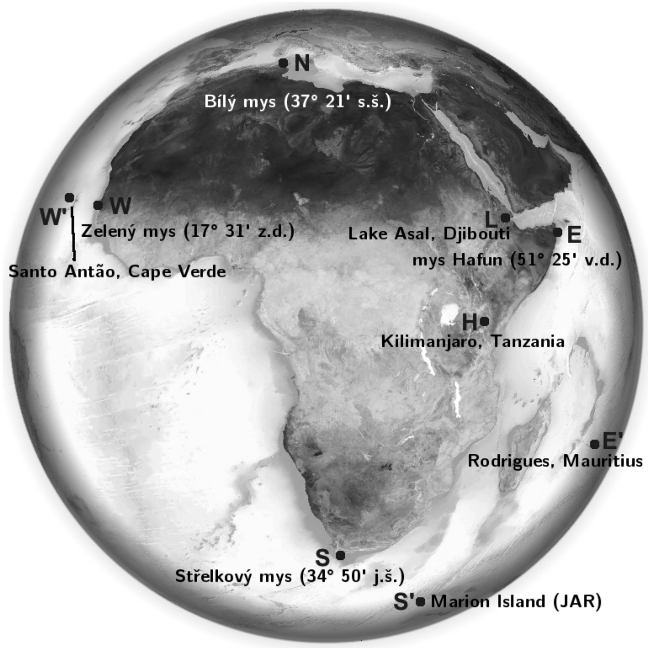
2 body

FO56EF12: Afrika jedním pohledem

a) Nejsevernější, nejjižnější, nejzápadnější a nejvýchodnější body afrického kontinentu jsou (spolu s nejníže a nejvýše položenými body) vyznačený na snímku z družice 9 (ten dokazuje, že z družice lze zahlédnout celou Afriku) a na zjednodušené mapce 11. Nalezením průsečíku úhlopříček obdélníku vymezeného krajními body (omezíme se pouze na kontinent jako takový, nikoli na ostrovy) odhadneme hledanou polohu středu S, na nímž by se družice měla nacházet. Pomocí Google maps zjistíme, že se toto místo nachází ve státu Republika Kongo (Kongo-Brazzaville), departmentu Likouala, distriktu Espena v místě o souřadnicích:

$$\frac{1}{2}\,(51°25' - 17°31') = 16°57' \text{ východní délky},$$
$$\frac{1}{2}\,(37°21' - 34°50') = 1°15' \text{ severní šířky}.$$

5 bodů

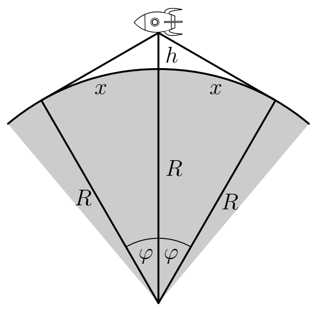


Obr. 9: Nejvzdálenější body Afriky (jak kontinentu, tak včetně ostrovů) na snímku družice (upraveno podle `http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Africa_extreme_points.jpg`)

b) Situace je schematicky znázorněna na obr. 10. Vzdálenost mezi nejvzdálenějšími body je větší ve směru severojižním než ve směru od západu na východ. Pro úhel φ vychází

$$\varphi = 37°21' - 1°15' = 36°6' \doteq 36°$$

a pro vzdálenost x od nalezeného středu k nejsevernějšímu či nejjižnějšímu bodu dostáváme



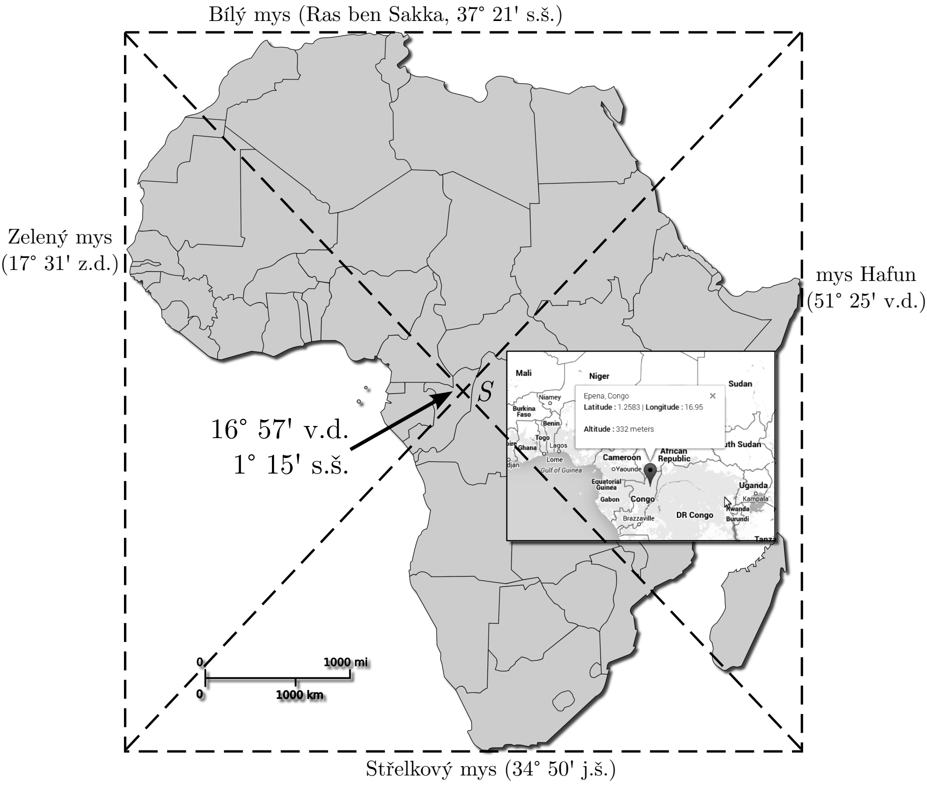
Obr. 10: Poloha družice ve výšce h nad Zemí

$$x = 2\pi R \cdot \frac{\varphi}{360°} = 2\pi \cdot 6\,370\,\mathrm{km} \cdot \frac{36°}{360°} \doteq 4\,000\,\mathrm{km}.$$

Pro výšku h družice nad středem pak vychází

$$h = \frac{R}{\cos\varphi} - R = \frac{6\,370\,\mathrm{km}}{\cos 36°} - 6\,370\,\mathrm{km} \doteq 1\,500\,\mathrm{km}.$$

V této výšce nad zemí létají např. meteorologické družice (v minulosti např. NOAA-4), ale je mnohem větší než výška, v níž se pohybují kosmonauti na mezinárodní stanici ISS (okolo 400 km); z ní by kosmonaut celou Afriku vidět nemohl. **5 bodů**

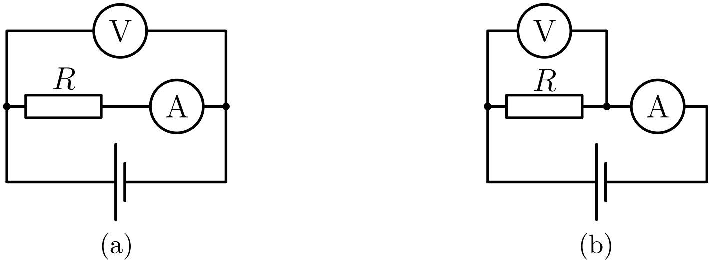


Obr. 11: Nejvzdálenější body Afriky a nalezení středu mezi nimi (použit obrázek `http://commons.wikimedia.org/wiki/File:Blank_Map-Africa.svg`)

FO56EF13: Měření v elektrickém obvodu

a) Obě schémata jsou na obr. 12. **4 body**

b) Označme odpor ampérmetru R_{A} a odpor voltmetru R_{V}, napětí naměřené voltmetrem U a proud naměřený ampérmetrem I. V zapojení podle obr. 12a měříme voltmetrem napětí nikoli na rezistoru R, ale celkové napětí na re-



Obr. 12: Dvě zapojení pro měření odporu rezistoru

zistoru a ampérmetru. Platí proto $U = (R + R_{\mathrm{A}})\,I$ a pro měřený odpor R získáváme

$$R = \frac{U}{I} - R_{\mathrm{A}}.$$

Výsledek bude tím přesnější, čím bude odpor R větší než odpor ampérmetru a toto zapojení je vhodné pro velké odpory $R \geqq R_{\mathrm{A}}$. Naopak v zapojení na obr. 12b měříme ampérmetrem proud procházející dohromady rezistorem a voltmetrem, takže dostáváme

$$I = \frac{U}{R_{\mathrm{V}}} + \frac{U}{R},$$

odkud po úpravě vychází

$$R = \frac{U}{I - \dfrac{U}{R_{\mathrm{V}}}}.$$

Výsledek bude tím přesnější, čím bude odpor R menší oproti odporu voltmetru; toto zapojení je proto vhodné pro malé odpory $R \leqq R_{\mathrm{V}}$. **5 bodů**

c) Vhodnou a častou používanou metodou měření odporu bez použití voltmetru je např. můstkové zapojení (viz např. `http://cs.wikipedia.org/wiki/M%C4%9B%C5%99ic%C3%AD_m%C5%AFstek`). **1 bod**

Řešení úloh 1. kola 56. ročníku fyzikální olympiády

Kategorie G – Archimédiáda

FO56G1: Nákladní vlak jede po mostě

Rychlost je vhodné převést: $v = 54\,\mathrm{km/h} = 15\,\mathrm{m/s}$. Označme délku vlaku $d_\mathrm{v} =$ $= 450\,\mathrm{m}$ a délku mostu $d_\mathrm{m} = 300\,\mathrm{m}$.

a) $t_1 = \dfrac{d_\mathrm{v}}{v} = \dfrac{450\,\mathrm{m}}{15\,\mathrm{m/s}} = 30\,\mathrm{s}.$ **3 body**

b) $t_2 = \dfrac{d_\mathrm{m}}{v} = \dfrac{300\,\mathrm{m}}{15\,\mathrm{m/s}} = 20\,\mathrm{s}.$ **3 body**

c) V okamžiku, kdy z mostu odjíždí zadní konec vlaku, musí být strojvůdce v lokomotivě o délku vlaku d_v dále za mostem. Od okamžiku, kdy lokomotiva vjela na začátek mostu, proto musela urazit dráhu $d_\mathrm{v} + d_\mathrm{m}$. Pro hledaný čas proto platí $t_3 = \dfrac{d_\mathrm{v} + d_\mathrm{m}}{v} = \dfrac{450\,\mathrm{m} + 300\,\mathrm{m}}{15\,\mathrm{m/s}} = 50\,\mathrm{s} = t_1 + t_2.$ **4 body**

FO56G2: Stavební firma převáží materiál

Označme hustotu oceli $\varrho_\mathrm{p} = 7\,800\,\mathrm{kg/m^3}$, rozměry plechu $l = 210\,\mathrm{cm} = 2{,}1\,\mathrm{m}$, $d = 150\,\mathrm{cm} = 1{,}5\,\mathrm{m}$, $t = 1{,}5\,\mathrm{mm} = 0{,}001\,5\,\mathrm{m}$ a rozměry ložné plochy automobilu $L = 220\,\mathrm{cm} = 2{,}2\,\mathrm{m}$, $D = 320\,\mathrm{cm} = 3{,}2\,\mathrm{m}$.

a) Objem jednoho plechu o ploše $S = ld = 2{,}1\,\mathrm{m} \cdot 1{,}5\,\mathrm{m} = 3{,}15\,\mathrm{m^2}$ je $V =$ $= St = 3{,}15\,\mathrm{m^2} \cdot 0{,}001\,5\,\mathrm{m} = 0{,}004\,73\,\mathrm{m^3}$. Hmotnost jednoho kusu plechu pak vychází $m = \varrho V = 7\,800\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0{,}004\,73\,\mathrm{m^3} \doteq 36{,}9\,\mathrm{kg}$. Pro hmotnost $1\,\mathrm{m^2}$ pak dostáváme

$$\sigma = \frac{m}{S} = \frac{\varrho V}{S} = \frac{\varrho S d}{S} = \varrho d = 7\,800\,\mathrm{kg/m^3} \cdot 0{,}001\,5\,\mathrm{m} = 11{,}7\,\mathrm{kg} \doteq 12\,\mathrm{kg}.$$

5 bodů

b) Při povolené nosnosti $M = 10\,\mathrm{t} = 10\,000\,\mathrm{kg}$ můžeme na automobil naložit nejvýše

$$n = \frac{M}{m} = \frac{10\,000\,\mathrm{kg}}{36{,}9\,\mathrm{kg}} = 271$$

kusů plechu. **4 body**

Plechy lze naskládat po dvou ($L > l$ a $D > 2d$), takže budou dosahovat do výšky $v = nt/2 = 271 \cdot 0{,}001\,5\,\mathrm{m}/2 \doteq 0{,}20\,\mathrm{m}$, což je rozumná a přijatelná hodnota. **1 bod**

FO56G3: Cyklista jede na kole

Označme obvod kola $o = 186\,\mathrm{cm} = 1{,}86\,\mathrm{m}$.

a) Pro počet otočení kola při ujetí vzdálenosti $s = 1\,000\,\mathrm{m}$ dostáváme $n_1 = \dfrac{s}{o} = \dfrac{1\,000\,\mathrm{m}}{1{,}86\,\mathrm{m}} = 537{,}63 \doteq 538.$ **2 body**

b) Průměrná rychlost v je rovna podílu dráhy s a času $t = 80\,\mathrm{s}$, takže

$$v = \frac{s}{t} = \frac{1\,000\,\mathrm{m}}{80\,\mathrm{s}} = 12{,}5\,\mathrm{m/s} = 45\,\mathrm{km/h}. \qquad \textbf{3body}$$

Počet otáček za minutu můžeme určit dvojím způsobem. Jestliže na dráze s, kterou cyklista urazí za $t = 80\,\mathrm{s}$ je počet otáček n_1, za $1\,\mathrm{min} = 60\,\mathrm{s}$ bude počet otáček úměrně menší

$$n_2 = n_1 \frac{60\,\mathrm{s}}{80\,\mathrm{s}} = n_1 \frac{60\,\mathrm{s}}{80\,\mathrm{s}} \doteq 403.$$

Nebo – známe-li rychlost cyklisty – určíme dráhu, kterou za $60\,\mathrm{s}$ ujede a podobně jako v části a) ji podělíme obvodem kola

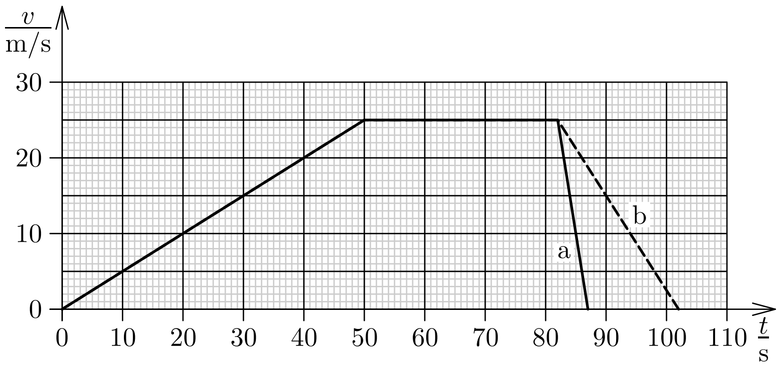
$$n_2 = \frac{vt_2}{o} = \frac{12{,}5\,\mathrm{m/s} \cdot 60\,\mathrm{s}}{1{,}86\,\mathrm{m}} \doteq 403. \qquad \textbf{3 body}$$

c) Tachometr je zařízení sloužící k měření otáček, obvykle zobrazuje počet otáček na jednotku času, např. otáčky za sekundu. Z počtu otáček pak lze odvodit rychlost vozidla nebo kola, obvykle bývá tento přístroj sdružený s počítadlem ujetých kilometrů. Tachometry existují jako analogové nebo digitální. Název pochází z řeckého $\tau\alpha\chi o\varsigma$ (tachos) rychlost a metron měřit a poprvé použil tachometr sestrojil německý inženýr *Diedrich Uhlhorn* v roce 1817. Nejjednodušší tachometr je založen na mechanickém principu, kdy jsou kola (resp. převodová skříň) spojena přes ozubená kolečka či další převod přímo s ručičkou tachometru. Tento systém se již moc nepoužívá. Druhou možností je využití magnetů, které jsou umístěny někde na otáčejících se částech (i u jízdního kola musíme na dráty/špice připevnit magnet), a v samotném tachometrů pak vzniká elektrický signál. U novějších aut se používá ještě třetí, poslední princip, a to za využití senzorů ABS (antiblokovací systém). Řídící jednotka auta dnes již musí mít informaci o tom, které kolo například při brzdění prokluzuje, jak se každé kolo otáčí apod. Při počítání těchto údajů je vlastně jako druhotný produkt vyhodnocována i rychlost auta. Nesmíme také zapomenout ještě na jednu možnost výpočtu rychlosti pohybu nejen aut, lodí, letadel a třeba i běžců. Tou je využití tzv. globálního družicového polohového systému, jako je třeba americký GPS nebo evropský Galileo. **2 body**

FO56G4: Jízda v uzavřeném kruhu

Opět nejprve převedeme rychlost $v = 90\,\mathrm{km/h} = 25\,\mathrm{m/s}$

a) Graf je na obr. 13. Případ (a) odpovídá prudkému brzdění, případ (b) mírnému brzdění. **3 body**



Obr. 13: Závislost $v = v(t)$

b) První úsek ujede motocyklista za čas $t_1 = 50\,\mathrm{s}$, druhý úsek za čas $t_2 = \frac{s_2}{v} = \frac{800\,\mathrm{m}}{25\,\mathrm{m/s}} = 32\,\mathrm{s}$, třetí úsek při prudkém brzdění za $t_{3\mathrm{a}} = 5\,\mathrm{s}$, při mírném brzdění za $t_{3\mathrm{b}} = 20\,\mathrm{s}$. Celková doba jízdy pak vychází v prvním případě

$$t_\mathrm{a} = t_1 + t_2 + t_{3\mathrm{a}} = 50\,\mathrm{s} + 32\,\mathrm{s} + 5\,\mathrm{s} = 87\,\mathrm{s},$$
$$t_\mathrm{b} = t_1 + t_2 + t_{3\mathrm{b}} = 50\,\mathrm{s} + 32\,\mathrm{s} + 20\,\mathrm{s} = 102\,\mathrm{s}.$$ **2 body**

Při zrychleném (i zpomaleném pohybu) dráha odpovídá obsahu trojúhelníka pod grafem závislosti $v = v(t)$. Pro jednotlivé úseky postupně dostáváme

$$s_1 = \frac{vt_1}{2} = \frac{25\,\mathrm{m/s} \cdot 50\,\mathrm{s}}{2} = 625\,\mathrm{m},$$
$$s_2 = 800\,\mathrm{m}\ \text{(podle zadání)},$$
$$s_{3\mathrm{a}} = \frac{vt_{3\mathrm{a}}}{2} = \frac{25\,\mathrm{m/s} \cdot 5\,\mathrm{s}}{2} = 62{,}5\,\mathrm{m},$$
$$s_{3\mathrm{b}} = \frac{vt_{3\mathrm{b}}}{2} = \frac{25\,\mathrm{m/s} \cdot 20\,\mathrm{s}}{2} = 250\,\mathrm{m}.$$

Celková dráha, kterou motocyklista ujede pak bude

$$s_\mathrm{a} = s_1 + s_2 + s_{3\mathrm{a}} = 625\,\mathrm{m} + 800\,\mathrm{m} + 62{,}5\,\mathrm{m} = 1\,487{,}5\,\mathrm{m} \doteq 1\,500\,\mathrm{m},$$
$$s_\mathrm{b} = s_1 + s_2 + s_{3\mathrm{b}} = 625\,\mathrm{m} + 800\,\mathrm{m} + 250\,\mathrm{m} = 1\,675\,\mathrm{m} \doteq 1\,700\,\mathrm{m}.$$ **3 body**

c) Opravářův syn se pohybuje rychlostí $v = 27\,\mathrm{km/h} = 7{,}5\,\mathrm{m/s}$. Stejné dráhy jako motocyklista urazí v časech

$$t'_\mathrm{a} = \frac{s_\mathrm{a}}{v} = \frac{1\,487{,}5\,\mathrm{m}}{7{,}5\,\mathrm{m/s}} \doteq 198\,\mathrm{s} = 3\,\mathrm{min}\,18\,\mathrm{s},$$

$$t'_\mathrm{b} = \frac{s_\mathrm{b}}{v} = \frac{1\,675\,\mathrm{m}}{7{,}5\,\mathrm{m/s}} \doteq 223\,\mathrm{s} = 3\,\mathrm{min}\,43\,\mathrm{s}.$$

2 body

Řešení úloh pro kategorie E, F, G připravila komise pro výběr úloh při ÚKFO České republiky pod vedením P. Kabrhela, za spolupráce M. Randy, R. Polmy, L. Richterka a J. Thomase.